


МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БАЙКАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ЧИТИНСКИЙ ИНСТИТУТ  
КОЛЛЕДЖ

УТВЕРЖДАЮ:  
Первый заместитель директора  
  
Н.В. Раевский  
«25» июня 2024 г.

# ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

Элементы высшей математики

Специальность 09.02.07 Информационные системы и программирование

Чита, 2024

**Структура фонда оценочных средств**  
**по дисциплине «Элементы высшей математики»**  
по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование

<b>Результаты обучения</b>	<b>Критерии оценки</b>	<b>Формы и методы оценки</b>
<p>Перечень знаний, осваиваемых в рамках дисциплины:</p> <p>Основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии</p> <p>Основы дифференциального и интегрального исчисления</p> <p>Основы теории комплексных чисел</p>	<p>«Отлично» - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, умения сформированы, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено высоко.</p> <p>«Хорошо» - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые умения сформированы недостаточно, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.</p> <p>«Удовлетворительно» - теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые умения работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий содержат ошибки.</p> <p>«Неудовлетворительно» - теоретическое содержание курса не освоено, необходимые умения не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки.</p>	<p>Компьютерное тестирование на знание терминологии по теме;</p> <p>Тестирование....</p> <p>Контрольная работа</p> <p>Самостоятельная работа.</p> <p>Защита реферата....</p> <p>Семинар</p> <p>Защита курсовой работы (проекта)</p> <p>Выполнение проекта;</p> <p>Наблюдение за выполнением практического задания. (деятельностью студента)</p> <p>Оценка выполнения практического задания (работы)</p> <p>Подготовка и выступление с докладом, сообщением, презентацией...</p> <p>Решение ситуационной задачи ....</p>
<p>Перечень умений, осваиваемых в рамках дисциплины:</p> <p>Выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений</p> <p>Решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости</p> <p>Применять методы дифференциального и интегрального исчисления</p> <p>Решать дифференциальные уравнения</p> <p>Пользоваться понятиями теории комплексных чисел</p>		

№ п/п	Тема из рабочей программы	Проверяемые умения, зна- ния, ОК, ПК	Наименование оценоч- ного средства	Критерии оценивания
1	Тема 1. Основы теории ком- плексных чисел	ОК 1, ОК 5	Публичное Выступление Контрольная работа (8 заданий)	1. Актуальность выбранной темы выступления. 2. Полнота раскрытия темы. 3. Композиционная стройность выступления. 4. Объем материала. 5. Связность и логичность изложения материала. 6. Язык и стиль выступления. 7. Наличие выводов и обобщений. 8. Общее впечатление. 9. Наличие презентации (по желанию). По каждому критерию можно получить максимально 2 балла. Всего 18 баллов 100-95% - «5» 94-75% - «4» 74-50% - «3» Менее 50% - «2»
2	Тема 2. Теория пределов	ОК 1, ОК 5	Контрольная работа (10 заданий)	100-95% - «5» 94-75% - «4» 74-50% - «3» Менее 50% - «2»
3	Тема 3. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной	ОК 1, ОК 5	Фронтальный опрос (26 вопросов) Контрольная работа (9 заданий) Контрольный тест (20 вопросов)	100-95% - «5» 94-75% - «4» 74-50% - «3» Менее 50% - «2»
4	Тема 4. Интегральное исчис- ление функции одной дей- ствительной переменной	ОК 1, ОК 5	Фронтальный опрос (12 вопросов) Контрольная работа (12 заданий)	100-95% - «5» 94-75% - «4» 74-50% - «3» Менее 50% - «2»
5	Тема 5. Дифференциальное исчисление функции	ОК 1, ОК 5	Фронтальный опрос (4 вопроса) Контрольная работа	100-95% - «5» 94-75% - «4»

	нескольких действительных переменных		(6 заданий)	74-50% - «3» Менее 50% - «2»
6	Тема 6. Теория рядов	ОК 1, ОК 5	Фронтальный опрос (4 вопроса) Контрольная работа (6 заданий)	100-95% - «5» 94-75% - «4» 74-50% - «3» Менее 50% - «2»
7	Тема 7. Обыкновенные дифференциальные уравнения	ОК 1, ОК 5	Фронтальный опрос (9 вопросов) Контрольная работа (6 заданий) Тестирование	100-95% - «5» 94-75% - «4» 74-50% - «3» Менее 50% - «2»
8	Тема 8. Матрицы и определители	ОК 1, ОК 5	Фронтальный опрос (5 вопросов) Индивидуальное домашнее задание (ИДЗ) (3 задания)	100-95% - «5» 94-75% - «4» 74-50% - «3» Менее 50% - «2»
9	Тема 9. Системы линейных уравнений	ОК 1, ОК 5	Фронтальный опрос (5 вопросов) Индивидуальное домашнее задание (ИДЗ) (3 задания)	100-95% - «5» 94-75% - «4» 74-50% - «3» Менее 50% - «2»
10	Тема 10. Векторы и действия с ними	ОК 1, ОК 5	Фронтальный опрос (4 вопросов) Индивидуальное домашнее задание (ИДЗ) (6 заданий)	100-95% - «5» 94-75% - «4» 74-50% - «3» Менее 50% - «2»
11	Тема 11. Аналитическая геометрия на плоскости	ОК 1, ОК 5	Фронтальный опрос (8 вопросов) Индивидуальное домашнее задание (ИДЗ) (5 заданий) Тестирование Индивидуальное расчетное задание	100-95% - «5» 94-75% - «4» 74-50% - «3» Менее 50% - «2»

12	Промежуточная аттестация	ОК 1, ОК 5	Экзамен (устный ответ на вопрос, выполнение практического задания)	<p><b>Оценка «5» ставится, если студент:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. полно излагает изученный материал, дает правильное определение языковых понятий;</li> <li>2. обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только из учебника, но и самостоятельно составленные;</li> <li>3. излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка;</li> <li>4. в практической работе допущено не более 1 ошибки.</li> </ol> <p><b>Оценка «4» ставится, если студент:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для отметки «5», но допускает 1 - 2 ошибки, которые сам же исправляет, и 1 - 2 недочета в последовательности и языковом оформлении излагаемого.</li> <li>2. в практической работе допускает 2-3 ошибки.</li> </ol> <p><b>Оценка «3» ставится, если студент:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. обнаруживает знание и понимание основных положений данной темы, но: <ol style="list-style-type: none"> <li>1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил;</li> <li>2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры;</li> <li>3) излагает материал непоследовательно и допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого;</li> </ol> </li> <li>2. в практической работе допускает 4-5 ошибок.</li> </ol> <p><b>Оценка «2» ставится, если студент:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. обнаруживает незнание большей части соответствующего раздела изучаемого материала, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал.</li> <li>2. в практической работе допущено более 5 ошибок.</li> </ol> <p>Оценка «2» отмечает такие недостатки в подготовке ученика, которые являются серьезным препятствием к успешному овладению последующим материалом.</p>
----	--------------------------	------------	--	--



## Тема 1. Основы теории комплексных чисел

- 1) Подготовьте **публичное выступление** на одну из предложенных тем, используя материал лекции и рассмотренные примеры. Выступление рассчитано на 5-7 минут, презентация желательна, но не обязательна.
1. История появления комплексных чисел
  2. Понятие о мнимых и комплексных числах.
  3. Геометрическая интерпретация комплексных чисел.
  4. Сложение и вычитание комплексных чисел, заданных в алгебраической форме.
  5. Умножение комплексных чисел, заданных в алгебраической форме.
  6. Деление комплексных чисел, заданных в алгебраической форме.
  7. Тригонометрическая форма комплексного числа.
  8. Возведение комплексных чисел в степень.
  9. Извлечение корня n-ой степени из комплексного числа.

### 2) Контрольное задание

1. Вычислить: а)  $(1+i)^{10}$  б)  $(1-i\sqrt{3})^6$  в)  $\sqrt[3]{i}$   
г)  $\sqrt[3]{-2+2i}$  д)  $\frac{(8-6i)(3+3i)}{3i(2-2i)}$  е)  $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^3$
2. Представить  $z$  в тригонометрической и показательных формах  
а)  $z = \sqrt{2} - \sqrt{2}i$  б)  $z = -1 + i\sqrt{3}$

### 3) Защита докладов, рефератов, НИРС

Темы докладов, рефератов, НИРС:

1. История появления алгебры как науки
2. Связь математики с другими науками
3. Сущность линейной зависимости векторов
4. Математические головоломки и игры: сущность, значение и виды
5. Математическая философия Аристотеля.
6. Математик Эйлер и его научные труды.
7. Сущность аксиоматического метода.
8. Декарт и его математические труды.
9. Основные концепции математики.
10. Развитие логики и мышления на уроках математики.
11. Современные открытия в области математики.

## Тема 2. Теория пределов

### Контрольная работа

Найти пределы следующих функций:

$$\begin{array}{lll}
1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 2x^2 - 7}{3x^4 + 3x + 5} & 2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 - 2x + 4}{2x^4 + 3x^2 + 1} & 3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x - 5}{7x^3 - 2x^2 + 1} \\
4. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{4x^2 + 3x + 15}{x^2 - 6x - 27} & 5. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{4x-3} - 3}{x^2 - 9} & 6. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x^2 - x + 1} - \sqrt{2x^2 + x + 1}) \\
7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x + 4}{3x + 5} \right)^{x+1} & 8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x} & 9. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\ln \operatorname{tg} x}{\cos 2x}, \quad 10. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\arcsin(x-3)}{x^2 - 5x + 6}.
\end{array}$$

### Тема 3. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной

#### Устный опрос (пример)

- Какая функция называется непрерывной на отрезке?
- Дайте определение производной функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$ .
- Запишите правило дифференцирования сложной функции.
- Каков физический смысл производной функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$ ?
- Каков геометрический смысл производной функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$ ? Напишите уравнение касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке  $(x_0, f(x_0))$ .
- На рисунке 29 изображен график функции  $y = f(x)$ .
- а) Какой знак имеет производная этой функции в точках  $x = 2$  и  $x = 5$ ?
- б) Существуют ли точки, где  $f'(x) = 0$ ?
- в) Существуют ли точки, где функция не дифференцируема?
- Каков геометрический смысл дифференциала первого порядка?
- Запишите формулу приближенного вычисления значения функции с помощью дифференциала.
- Дайте определение возрастающей (убывающей) функции. Как ведет себя график возрастающей (убывающей) функции?
- Сформулировать необходимое условие существования экстремума. Показать на примере, что это условие не является достаточным.
- Сформулировать достаточные условия существования экстремума функции.
- Верно ли утверждение:
- а) если производная функции положительна, то функция возрастает;
- б) если функция возрастает, то ее производная положительна;
- в) если производная функции в точке  $x_0$  равна нулю, то  $x_0$  — точка экстремума функции;
- г) если  $x_0$  — точка экстремума функции, то  $f'(x_0) = 0$ ;
- д) если производная функции не обращается в нуль, то функция не имеет точек экстремума;



21. е) каждая критическая точка функции является ее точкой экстремума?
22. Дать определение асимптоты графика функции.
23. Сформулировать достаточное условие выпуклости (вогнутости) функции.
24. Сформулировать необходимое и достаточное условие точки перегиба.
25. Как найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке (глобальный максимум и глобальный минимум)?
26. Какова схема полного исследования функции?

### Контрольная работа

Найти производные следующих функций:

1.  $y = 2x^2 + 4x + 3,$   $y = \frac{-6}{x} + \frac{2}{x^2} - \frac{3}{x^3} - \frac{7}{5x^4},$   
 $y = \frac{6x^5 - 7x^4 + x^3 - 5x + 3}{2x^3},$   $y = 2\sqrt[3]{x^2} + 4\cos x - 3\ln x$
2.  $y = \sqrt{1-2x}$       3.  $y = \operatorname{tg}(-x^3 + 5x - 6)$       4.  $y = \ln^4 x$
5.  $y = 3^x \arccos x$       6.  $y = \frac{\arccos x}{x}$
7. Для данной функции  $y$  и аргумента  $x_0$  вычислить  $y'''(x_0)$ :  $y = \sin 2x$ .
8. В какой точке кривой  $y^2 = 4x^3$  касательная перпендикулярна к прямой  $x + 3y - 1 = 0$ ?
9. Исследовать функцию и построить ее график:  $y = (x^2 - 2)^2 + 1$ .

### Тема 4. Интегральное исчисление функции одной действительной переменной

#### Устный опрос (пример)

1. Дайте определение первообразной для функции  $f(x)$  на интервале  $(a; b)$ .
2. Что называется неопределенным интегралом от данной функции? Каков геометрический смысл неопределенного интеграла?
3. Написать формулу: 1) интегрирования подстановкой; 2) интегрирования заменой переменной в неопределенном интеграле.
4. Записать формулу интегрирования по частям неопределенного интеграла. При каких условиях эта формула справедлива?
5. Что называется определенным интегралом от заданной функции на данном промежутке?
6. Выразите с помощью определенного интеграла площадь криволинейной трапеции.

7. Укажите формулу Ньютона-Лейбница для вычисления определенного интеграла.
8. Дайте определение несобственного интеграла с бесконечными пределами.
9. Дайте определение несобственного интеграла от неограниченной функции.
10. Какие несобственные интегралы называются сходящимися (расходящимися)?
11. Поясните геометрический смысл несобственного интеграла первого рода (второго рода).
12. По каким формулам вычисляется площадь плоской фигуры в декартовых координатах?

### Контрольное задание

Найдите неопределенные интегралы:

$$\begin{aligned}
 &1) \int \left( \frac{5x^2}{\sqrt{x}} - \sqrt[4]{x^3} + 2 \right) dx. \quad 2) \int \sqrt[3]{2-x} dx. \quad 3) \int \frac{dx}{6x+1}. \quad 4) \int \sin(9x+7) dx. \\
 &5) \int \frac{\ln(3x+5)}{3x+5} dx. \quad 6) \int \frac{\operatorname{tg}^7 3x}{\cos^2 3x} dx. \quad 7) \quad 9) \int e^{4-5x^2} x dx. \quad 8) \int x \ln(x+1) dx.
 \end{aligned}$$

Вычислите определенные интегралы:

$$\begin{aligned}
 &1) \int_{-2}^1 (x^3 - 16x + 1) dx. \quad 2) \int_2^3 \sqrt[3]{(7x-13)^2} dx. \quad 3) \int_{-1}^0 \frac{dx}{4x^2-9}. \quad 4) \int_{-1}^0 (x+1)e^{-2x} dx.
 \end{aligned}$$

## Тема 5. Дифференциальное исчисление функции нескольких действительных переменных

### Устный опрос (пример)

1. Что называется функцией многих переменных?
2. Что называется градиентом функции многих переменных?
3. Как найти частные производные высших порядков?
4. Каково необходимое и достаточное условие экстремума функции многих переменных?

### Контрольное задание

1) Найти область определения функции двух переменных:

$$z = \sqrt{-1+x^2+y^2} + \ln(4-x^2-y^2);$$

2) Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial y}$ , если  $z = x^2 - 3xy - 4y^2 - x + 2y + 1$ ;

- 3) Найти дифференциал функции  $u = x^2 y^3$  в т.  $M(x; y)$  и в т.  $M_0(2; 1)$ ;
- 4) Найти частные производные второго порядка функции:  $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$
- 5) Убедиться, что  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$  для  $z = \ln(x^2 + y^3)$ .
- 6) Найти  $d^2 z$ , если  $z = \sin x \sin y$ .

## Тема 6. Теория рядов

### Устный опрос (пример)

1. Что называется рядом? Какие ряды называются сходящимися и расходящимися?
2. Каков необходимый признак сходимости ряда?
3. Какой признак сходимости знакочередующихся рядов?
4. Как определяется радиус сходимости степенного ряда?

### Контрольное задание

- 1) Найти первые пять членов ряда по его заданному общему члену:

$$u_n = \frac{n}{n+1};$$

- 2) Найти  $n$ -й член ряда по его данным первым членам:  $-\frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \dots$

- 3) Исследовать сходимость ряда, используя признак Даламбера:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{3^n}$

- 4) Исследовать сходимость знакочередующихся ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3^{n-1}}$

- 5) Найти промежуток сходимости степенного ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{n^2}$

- 6) Разложить в ряд Маклорена функцию:  $f(x) = e^{3x}$

## Тема 7. Обыкновенные дифференциальные уравнения

### Устный опрос (пример)

Подготовьте аргументированные ответы на вопросы:

1. Что называется мнимой единицей, мнимым числом, комплексным числом?

2. Как изображается геометрически комплексное число?
3. Какие уравнения называются дифференциальными?
4. Что называется общим и частным решением дифференциального уравнения?
5. Каков геометрический смысл общего и частного решения?
6. Какие формы записи существуют для дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными?
7. Записать однородное дифференциальное уравнение 1 порядка.
8. Дать определение дифференциального уравнения n-ого порядка.
9. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.

### Контрольное задание

1) Найти решения следующих дифференциальных уравнений:

1.  $y' = \sqrt[3]{x^2}, \quad y(0) = 1$
2.  $y' - y \operatorname{ctg} x = \sin x$
3.  $y'' - 5y' + 6y = 0$
4.  $y'' + 3y' = 0$
5.  $y'' + 2y' + 5y = 0$
6.  $y''' - 4y' = 0$

### 2) Тестирование (пример)

Тема «Комплексные числа. Дифференциальные уравнения»

1. Аргумент комплексного числа  $2 + 2i$  равен ...

1.  $\pi/3$
2.  $\pi/4$
3.  $\pi/6$
4.  $3\pi/4$

2. Произведение комплексного числа  $z = 4 - 3i$  на сопряженное число  $\bar{z}$  равно ...

1.  $8 - 6i$
2.  $16 - 9i$
3. 25
4. 5

3. Дано дифференциальное уравнение  $x \cdot y' = 2y$  и начальное условие  $y(1) = 1$ . Тогда интегральная кривая, которая определяет решение этого уравнения (рис.2), имеет вид ...

1. B
2. A
3. D
4. C

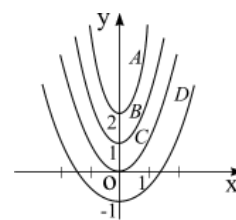


Рис. 2

4. Дано дифференциальное уравнение  $y' = 5 - y$ . Тогда его решением является функция ...

1.  $y = e^x + 5$
2.  $y = e^x - 5$
3.  $y = e^{-x} + 5$
4.  $y = e^{-x} - 5$

5. Общий интеграл дифференциального уравнения  $\frac{dy}{y^2} = x dx$  имеет вид

1.  $-\frac{1}{y} = \frac{x^2}{2} + C$
2.  $y = \frac{x^2}{2} + C$
3.  $\frac{1}{y} = \frac{x^2}{2} + C$
4.  $-\frac{1}{y} = x^2 + C$

6. Дано линейное однородное дифференциальное уравнение  $y'' + y' - 2y = 0$ , тогда его общее решение имеет вид ...

1.  $C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-x}$       2.  $C_1 e^{2x} + C_2 e^{-x}$       3.  $C_1 e^{2x} + C_2 e^x$       4.  $C_1 e^{-2x} + C_2 e^x$

## Тема 8. Матрицы и определители

### 1) Устный опрос (пример)

1. Что такое матрица, ее элементы, порядок?
2. Что называется определителем матрицы?
3. Как вычисляются определители 1-го, 2-го и 3-го порядка?
4. Перечислить свойства определителей.
5. В чем суть метода Гаусса вычисления определителя?

### Индивидуальное домашнее задание (ИДЗ)

1. Найти произведение матриц  $A \cdot B$ :  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \\ 2 & -4 & 1 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ .
2. Найти матрицу обратную данной и сделать проверку  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ .
3. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix}$  тремя способами.

## Тема 9. Системы линейных уравнений

### Устный опрос (пример)

- 1) Как записывается система линейных уравнений в развернутой и векторно-матричной форме?
- 2) Какие системы называются совместными и несовместными?
- 3) Как с помощью элементарных преобразований определить ранг матрицы?
- 4) Записать формулы Крамера решения СЛАУ.
- 5) Алгоритм метода Гаусса.

### Индивидуальное домашнее задание (ИДЗ)

Задание №1. Решить систему линейных уравнений:

- а) по правилу Крамера
- б) с помощью обратной матрицы
- в) методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 = -7 \end{cases}$$

Задание №2. Исследовать совместность и найти общее решение системы.

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 3 \\ x_1 + 5x_2 - 9x_3 + 8x_4 = 1 \\ 5x_1 + 18x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 12 \end{cases}$$

Задание №3. Найти общее решение однородной системы уравнений.

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - 4x_2 - 4x_3 - x_4 = 0 \\ 5x_1 - 8x_2 - 6x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$$

## Тема 10. Векторы и действия с ними

### Устный опрос (пример)

Подготовьте аргументированные ответы на вопросы:

- 1) Что такое вектор, как он изображается и обозначается?
- 2) Как выполняется сложение и вычитание векторов в координатах?
- 3) Как находится угол между векторами?
- 4) Какие основные задачи решаются с помощью скалярного умножения?

### Индивидуальное домашнее задание (ИДЗ)

#### ВАРИАНТ 1.

1. Даны векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ . Построить  $\vec{a} + 2\vec{b}$ ,  $2\vec{a} - 3\vec{b}$ .
2. Заданы векторы  $\vec{a}(2, 3, 0)$ ,  $\vec{b}(0, -3, -2)$ ,  $\vec{c}(1, 1, -1)$ . Найти длину  $\vec{a}$ , координаты векторов  $\vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c}$  и  $|\vec{a} + 2\vec{c}|$ , орт вектора  $\vec{a}$ .
3. Может ли вектор составлять с координатными осями углы  $\alpha = 45^\circ$ ,  $\beta = 60^\circ$ ,  $\gamma = 120^\circ$ ?
4. Единичные вектора  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$  составляют с осью  $\vec{d}$  соответственно углы  $\pi/3$ ,  $\pi/4$  и  $\pi$ . Найти проекцию на ось  $\vec{d}$  вектора  $3\vec{a} + 2\vec{b} + \vec{c}$ .
5. Даны точки  $A(-1, 5, -10)$ ,  $B(5, -7, 8)$ ,  $C(2, 8, -7)$  и  $D(5, -4, 2)$ . Проверить, что векторы  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{CD}$  коллинеарные.

6. Дано:  $\vec{a} (2, 1, 0)$ ,  $\vec{b} (1, -1, 2)$ ,  $\vec{c} (1, -15, 20)$ ,  $\vec{d} (3, 7, -7)$ . Найти разложение вектора  $\vec{c}$  по базису  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{d}$ .

## Тема 11. Аналитическая геометрия на плоскости

### Устный опрос (пример)

- 1) Какие существуют способы задания прямых?
- 2) Сформулировать условия параллельности и перпендикулярности прямых.
- 3) Как определить расстояние от точки до прямой?
- 4) Что называется эллипсом?
- 5) Какой вид имеет общее и каноническое уравнение гиперболы?
- 6) Что называется параболой?
- 7) В каком случае общее уравнение плоскости называется полным (не-полным)?
- 8) Что понимают под углом между плоскостями?

### Индивидуальное домашнее задание (ИДЗ)

#### Вариант 1.

1. Найти расстояние от точки  $A(7; 1; 1)$  до прямой  $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+5}{2} = \frac{z}{2}$ .
2. Написать уравнение плоскости, проходящей через середину отрезка  $AB$ , перпендикулярно отрезку  $AB$ , если  $A(0; -1; 2)$ ,  $B(-4; 1; 2)$ .
3. Построить плоскость, указать нормаль, записать уравнения линий пересечения плоскости с координатными плоскостями:  
 а)  $2x - 3y + 12z - 12 = 0$ ;                      б)  $3y - 4 = 0$ .
4. Составить уравнение окружности, проходящей через точку  $O(0; 0)$  и имеющей центр в вершине параболы  $y^2 = 3(x - 4)$ .
5. Составить каноническое уравнение гиперболы, если действительная полуось равна 13, а эксцентриситет равен  $14/13$ .

### Тестирование (пример)

Тема «Основы линейной алгебры и аналитической геометрии»

1. Точка М – середина стороны АВ треугольника ABC. Тогда вектор  $\overrightarrow{CM}$  выражается через векторы  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{BC}$ :

1.  $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$
2.  $-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$
3.  $-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$
4.  $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$

2. Найдите длину вектора  $\vec{a} - \vec{b}$ , если  $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = (-2, 2, -1)$ .

1. 3
2.  $\sqrt{3}$
3. 5
4.  $\sqrt{5}$

3. Расстояние между точками  $A(1; 2)$  и  $B(k; -2)$  равно 5 при  $k$  равном ...

- 1) 1                      2) 10                      3) 4                      4) 6
4. Если  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2\sqrt{2}$ ,  $|\vec{a}| = 0,5$  и  $|\vec{b}| = 8$ , тогда угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  равен ...
- 1)  $3\pi/4$                       2) 0                      3)  $\pi/3$                       4)  $\pi/4$
5. Укажите соответствие между кривыми второго порядка и их уравнениями:
- 1)  $(x+6)^2 + (y-2)^2 = 64$                       2)  $x^2 + 4y = 16$
- 3)  $x^2 + 4y^2 = 4$                       4)  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{9} = 1$
- 1) эллипс    2) гипербола    3) окружность    4) парабола
6. Если  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ , тогда матрица  $C = A \cdot B$  имеет вид ...
- 1)  $\begin{pmatrix} 1 & 8 \end{pmatrix}$                       2)  $\begin{pmatrix} 0 \\ 8 \end{pmatrix}$                       3)  $\begin{pmatrix} 8 \\ 1 \end{pmatrix}$                       4)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 8 \end{pmatrix}$
7. Если  $x_0, y_0$  – решение СЛАУ  $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 2x - 5y = 1 \end{cases}$ , то  $x_0$  может определяться по формуле...
- 1)  $x_0 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -5 \end{vmatrix}}$     2)  $x_0 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -5 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -5 \end{vmatrix}}$     3)  $x_0 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 1 & -5 \end{vmatrix}}$     4)  $x_0 = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 1 & -5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -5 \end{vmatrix}}$

### Индивидуальное расчетное задание (пример)

Тема «Прямая на плоскости».

Даны координаты вершин треугольника ABC: A(4; 3), B(16; -6), C(20; 16).  
Найти:

- 1) длину стороны АВ;
- 2) уравнения сторон АВ и ВС и их угловые коэффициенты;
- 3) угол В в радианах с точностью до двух знаков;
- 4) уравнение высоты CD и ее длину;
- 5) уравнение медианы АЕ и координаты точки К пересечения этой медианы с высотой CD;
- 6) уравнение прямой, проходящей через точку К параллельно стороне АВ;
- 7) координаты точки М, расположенной симметрично точке А относительно прямой CD.



## ИТОГОВЫЙ ТЕСТ

### Вариант 1

1. Точка М – середина стороны АВ треугольника ABC. Тогда вектор  $\overrightarrow{CM}$  выражается через векторы  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{BC}$ :

**Варианты ответов:**

- 1)  $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ ;      2)  $-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ ;      3)  $-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$ ;      4)  $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$ .

2. Определитель  $\begin{vmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$  равен...

**Варианты ответов:**

- 1) -1;      2) 5;      3) 1;      4) -5.

3. Если  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2\sqrt{2}$ ,  $|\vec{a}| = 0,5$  и  $|\vec{b}| = 8$ , тогда угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  равен ...

**Варианты ответов:**

- 1)  $3\pi/4$ ;      2) 0;      3)  $\pi/3$ ;      4)  $\pi/4$ .

4. Радиус окружности, заданной уравнением  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$ , равен ...

**Варианты ответов:**

- 1) 5;      2) 4;      3) 2;      4) 3.

5. Функция  $f(x)$  называется непрерывной в точке  $x_0$ , если...

- 1) она неотрицательная и монотонная;      2)  $\Delta x \rightarrow 0$  при  $\Delta y \rightarrow 0$ ;  
3)  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ ;      4) нет правильного ответа.

6. Найдите выражение для вычисления приращения функции.

- 1)  $dx$ ;      2)  $y'dx$ ;      3)  $y(x + \Delta x) - y(x)$ ;      4)  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ .

7. Найдите производную функции  $y = \frac{2x}{x+2}$ .

- 1)  $y' = \frac{4x+4}{(x+2)^2}$ ;      2)  $y' = -\frac{4x}{(x+2)^2}$ ;      3)  $y' = \frac{4}{(x+2)^2}$ ;      4)  $y' = -\frac{4}{(x+2)^2}$

8. Сделайте корректный выбор для  $dv$  при интегрировании по частям неопределённого интеграла  $\int P(x) \ln x \, dx$  ( $P$  – полином).

- 1)  $P(x)dx$ ;      2)  $dx$ ;      3)  $\ln(x) \, dx$ ;      4)  $P(x) \ln x \, dx$ .

9. Неопределенный интеграл  $\int \sqrt{\sin x \cos x} \, dx$  равен...

- 1)  $(\cos x)^{3/2} + C$ ;      2) не существует;      3)  $\frac{2}{3}(\sin x)^{3/2}$ ;      4)  $\frac{2}{3}(\sin x)^{3/2} + C$ .

10. Общий интеграл дифференциального уравнения  $\frac{dy}{y^2} = x \, dx$  имеет вид ...

- 1)  $-\frac{1}{y} = \frac{x^2}{2} + C$ ;      2)  $y = \frac{x^2}{2} + C$ ;      3)  $\frac{1}{y} = \frac{x^2}{2} + C$ ;      4)  $-\frac{1}{y} = x^2 + C$ .

### Вариант 2.

1. Найдите длину вектора  $\vec{a} - \vec{b}$ , если  $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = (-2, 2, -1)$ .

**Варианты ответов:**

- 1) 3;                      2)  $\sqrt{3}$ ;                      3) 5;                      4)  $\sqrt{5}$ .

2. Длина отрезка, отсекаемого прямой  $2x + 3y - 6 = 0$  на оси  $Oy$ , равна ...

**Варианты ответов:**

- 1) 4;                      2) 3;                      3) 2;                      4) 5.

3. Если  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ , тогда матрица  $C = A \cdot B$  имеет вид ...

**Варианты ответов:**

- 1)  $\begin{pmatrix} 1 & 8 \end{pmatrix}$ ;                      2)  $\begin{pmatrix} 0 \\ 8 \end{pmatrix}$ ;                      3)  $\begin{pmatrix} 8 \\ 1 \end{pmatrix}$ ;                      4)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 8 \end{pmatrix}$ .

4. Аргумент комплексного числа  $2 + 2i$  равен ...

- 1)  $\pi/3$ ;                      2)  $\pi/4$ ;                      3)  $\pi/6$ ;                      4)  $3\pi/4$ .

5. Найдите неправильное утверждение, касающееся производной функции. Производная:

- 1) от пути, пройденного телом, есть мгновенная скорость тела;
- 2) равна пределу отношения приращения функции к приращению аргумента при стремлении аргумента к нулю;
- 3) положительна для монотонно возрастающей функции;

6. Производная функции  $y = \operatorname{tg} 5x$  равна...

- 1)  $5 \operatorname{ctg} 5x$ ;                      2)  $5 / \cos^2 5x$ ;                      3)  $1 / 5 \cos^2 5x$ ;                      4)  $1 / \cos^2 5x$ .

7. Для какой функции точка  $x = 0$  не является критической точкой первого рода?

- 1)  $y = x^3$ ;                      2)  $y = \frac{1}{x}$ ;                      3)  $y = \ln x$ ;                      4)  $y = \operatorname{tg} x$ .

8. Укажите первообразную для  $\int \frac{dx}{(x+a)^2}$ .

- 1)  $\frac{1}{2} \ln|x^2 + a^2| + C$ ;                      2)  $\ln|x + a| + C$ ;                      3)  $-\frac{1}{x+a} + C$ ;                      4)  $\ln|x + a| + \frac{a}{x+a} + C$ .

9. Ненулевая функция  $y = f(x)$  является четной на отрезке  $[-2, 2]$ . Тогда интеграл

$$\int_{-2}^2 f(x) dx \text{ равен ...}$$

- 1)  $2 \int_0^2 f(x) dx$ ;                      2)  $4 \int_0^1 f(x) dx$ ;                      3) 0;                      4)  $\frac{1}{4} \int_0^1 f(x) dx$ .

10. Дано линейное однородное дифференциальное уравнение  $y'' + y' - 2y = 0$ , тогда его общее решение имеет вид ...

- 1)  $C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-x}$ ;                      2)  $C_1 e^{2x} + C_2 e^{-x}$ ;                      3)  $C_1 e^{2x} + C_2 e^x$ ;                      4)  $C_1 e^{-2x} + C_2 e^x$ .

**Ответы**

	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
<b>В 1</b>	1	2	3	1	3	3	3	1	4	1
<b>В 2</b>	4	3	4	2	2	2	4	3	1	4